

제어에 대한 두려움, 정면 돌파로 깨버리다!

- 제어시스템설계 학습법 -

항공우주 및 기계공학부 15학번 전○○

○ 과목 소개 및 에세이 작성 동기

‘제어시스템설계’는 ‘자동제어’ 과목에서 학습한 기본 제어이론을 복습하고 PID 제어기 외에 Lead-Lag 제어기, 상태 공간(State Space)에서의 제어기 등을 학습할 수 있는 과목입니다. 특히 디지털 컴퓨터 기반 제어기 설계에 필요한 Digital System에 대해 학습할 수 있었고 실제 플랜트 데이터를 활용하여 시스템 모델을 얻는 시스템 식별(System Identification) 관련 실습 프로젝트도 진행해볼 수 있었습니다.

제가 ‘제어시스템설계’를 수강한 이유는 ‘자동제어’ 과목에서 제어에 대해 흥미를 느꼈고 제어 관련 보다 심화된 전공 수업을 듣고 싶었기 때문입니다. 해당 강좌의 경우 매년 1학기에 개설되는 강좌로 학부생과 대학원생이 함께 들을 수 있는 강의입니다. 실제로 수강생중 대학원생이 절반 정도 차지할 만큼 제어관련해서 심도 있게 배울 수 있는 강의였습니다. 하지만 수강생이 부족해서 폐강 되는 경우도 있었고 지난 학기 수업을 들을 때도 학부생은 10여명에 불과했습니다. 많은 학생들이 제어와 고등제어 과목에 대해 두려움을 갖고 강좌를 수강하지 않는 것 같아서, 더 많은 학생들이 해당 과목에 대한 이해도를 높이고 쉽게 다가갔으면 하는 바람에 학습공모전 에세이를 작성하게 되었습니다.

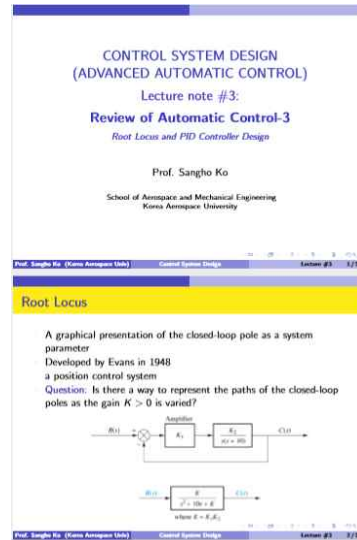
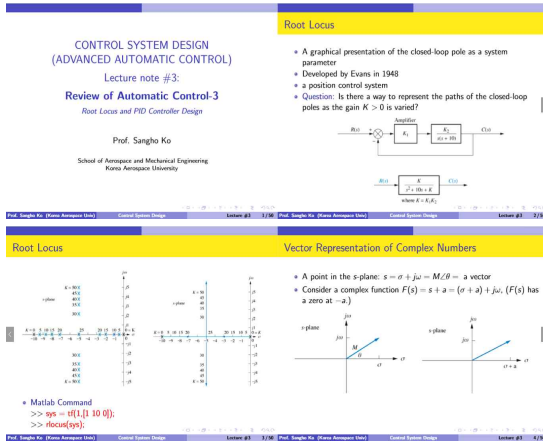
○ 학습법 세부 내용

1. 강의 자료 준비

한 시간이 조금 넘는(75분) 강의 내용을 그 시간에 최대한 흡수하고 이해하는 것이 학습에 있어 가장 중요하다고 생각합니다. 본 ‘제어시스템설계’ 수업의 경우 매 강의 PDF 자료로 수업이 진행되었습니다. 그에 따라 주어진 강의 시간에 최대한 집중 할 수 있도록 강의 자료를 준비해왔습니다.

이전 학기(2018년 2학기)까지는 강의 자료를 따로 준비해야 경우, 한 페이지에 4면을 인쇄했습니다. 종이를 적게 사용하고 강의자료 두께를 줄이는데 효과적이었지만, 상대적으로 강의자료 한 장이 작게 인쇄되어 강의 시간 필기 및 자료 이해해 어려움을 겪었습니다. 그에 따라 이번 학기부터는 보다 가시적인 자료와 자유로운 필기를 위해 한 페이지에 2면만 인쇄해서 강의 자료를 준비했습니다([그림 1] 참고).

고작 강의 자료 크게 인쇄하는 것이 수업에 어떻게 영향을 주나 생각하실 수 있지만, [그림 1]에서 보이는 것 같이 그래프나 그림 자료에 필기를 하는 경우 또는 해당 페이지에 있는 식에 관한 설명을 적는 경우 강의 시간에 훨씬 효과적으로 필기를 할 수 있었습니다. 이와 같이 단순히 강의 자료를 준비하는 과정에서부터 학습에 대한 태도를 새롭게 할 수 있었습니다.

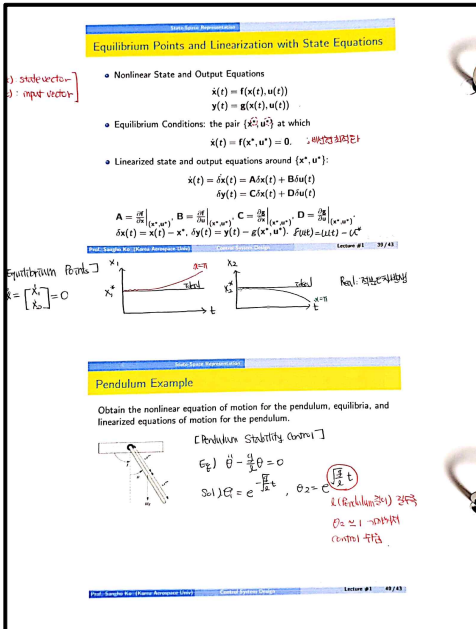


[그림 1] 4면 강의자료(좌), 2면 강의자료(우)

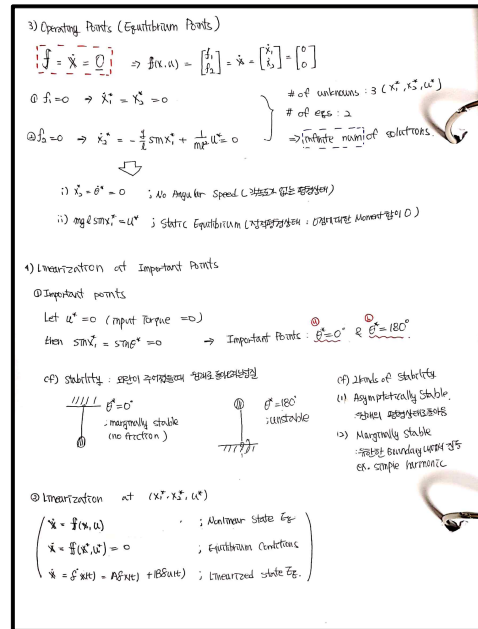
2. 강의 필기

필기의 경우 ‘강의 자료 필기’와 ‘노트 필기’ 크게 두 분류로 나누어 강의 시간에 정리했습니다. ‘강의자료 필기’의 경우 [그림 2]와 같이 강의 자료에 직접 필기한 것으로, 그래프나 그림 자료, 식에 추가 설명을 간단히 적는 필기를 말합니다. 이렇게 강의 자료에 직접 필기를 하는 경우 빠르게 강의를 따라갈 수 있고, 수업 후에 필기를 보면 공부할 때 강의 내용을 보다 생생하게 기억해 낼 수 있었습니다.

‘노트 필기’의 경우 강의 자료에 적기에 상대적으로 많은 양의 필기를 해야 할 때, 해당 과목의 경우 증명이나 식을 정리할 때 따로 노트에 작성하는 필기를 말합니다([그림 3] 참고).



[그림 2] 강의 자료 필기



[그림 3] 노트 필기

많은 양의 식들을 강의 자료에 직접 적게 되면 필기 공간이 부족할 경우 필기와 강의 자료 모두 복잡해 질 수 있기 때문에 준비해간 노트에 필기합니다. 노트 필기의 경우 공간에 제약 되지 않고 자유롭게 필기 할 수 있기 때문에 단순히 판서를 옮기는 것과 더불어 식을 적는 과정에서 이해한 내용 또는 이해하기 힘들었던 부분에 대한 내용을 추가해서 적을 수 있습니다. 그에 따라 강의 후 필기를 정리 할 때 단순한 식 전개뿐만 아니라 스스로 이해하고 해결한 부분까지 폭넓게 정리 할 수 있었습니다.

이와 같이 간단한 ‘강의 자료 필기’와 ‘노트 필기’ 방법을 통해 강의 시간에 집중 할 수 있고 이해력 또한 높일 수 있었습니다.

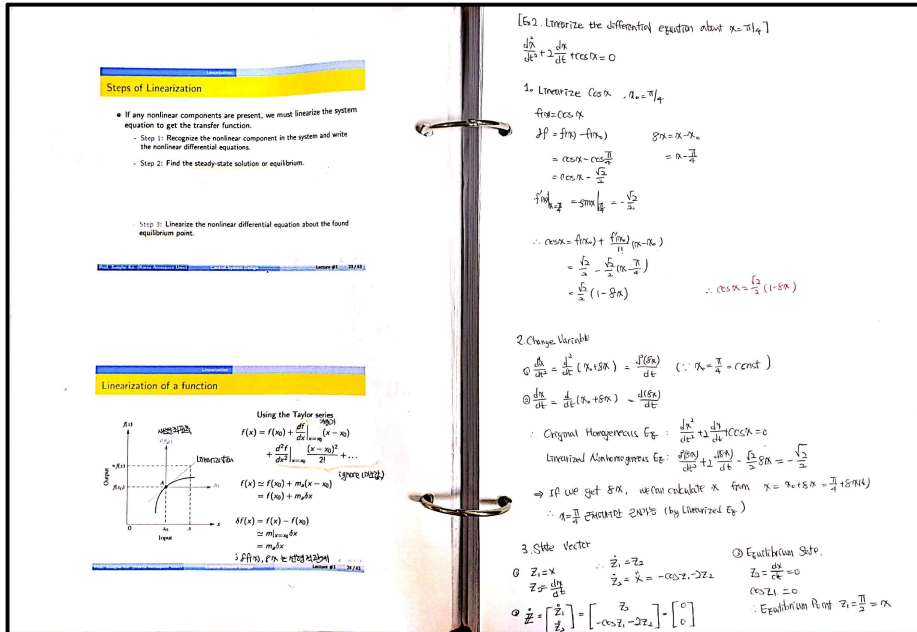
3. 필기 정리

강의 시간에 적은 필기의 경우 반드시 한 주가 지나가기 전에 복습하며 정리하는 것이 원칙이었습니다. 가장 좋은 것은 수업을 들은 후 바로 필기를 정리하는 것이지만, 상황이 여의치 않은 경우도 많기 때문에 수업을 들은 주를 넘기지 않는 것을 목표로 하고 학습했습니다. 한 주 이상이 지난 이후에 필기를 정리하게 되면 강의 시간에는 이해했던 내용도 다시금 어렵게 느껴질 수 있기 때문에 그 시간에 이해한 내용은 바로 정리해서 ‘나중의 내가 보아도 쉽게 이해할 수 있도록’ 하기 위해 세운 원칙이었습니다.

필기의 경우 [그림 4]와 같이 강의 자료의 해당 부분과 함께 볼 수 있도록 철해서 정리 했습니다. 강의 자료와 필기를 함께 공부하기에 용이했기 때문입니다.

‘강의 자료 필기’의 경우 자료에 있는 그래프, 그림 및 식을 복습하며 손 필기로 다시 작성하는 방식으로, ‘노트 필기’의 경우 어지럽게 작성되어 있는 식들을 다시 정리하는 방식으로 정리했습니다. 필기 정리를 단순히 그림과 글자를 옮기는 것이 아니라 해당 강의 내용을 복습하면서 스스로 머릿속으로 정리하는 과정 즉, 보기 좋게 뿐만 아니라 내가 이해한 내용을

내가 학습하기 편한 방식으로 정리하는 과정이라 생각합니다.



[그림 4] 필기 정리

4. Midterm 프로젝트

해당 과목은 중간고사 시험 대신 프로젝트 수행으로 대체했습니다. ‘Modeling, Control Law Design, and Simulation of a Cart-Inverted Pendulum System’을 주제로 식을 세우고 Matlab을 이용해 직접 Simulation을 수행하는 프로젝트였습니다. 수업시간에 Matlab Simulink 및 코딩 작업을 보여주시지만, Matlab에 자신이 없던 저가 1주일 동안 해당 과제를 해결한 과정은 다음과 같습니다.

1) Matlab을 못한다면 손과 머리로 풀 수 있는 건 최선을 다하자!

Equation of Motion과 Linearization의 과정을 거쳐 나온 결과물로 Matlab Simulation을 구현해야했습니다. Simulation에 자신이 없던 저는 손과 머리로 풀 수 있는 부분은 최대한 자세 히 풀어 부족한 부분을 채우기로 했습니다. [그림 5]와 같이 식 해석 부분은 풀이 과정과 결 과를 모두 자세 히 나타내었습니다.

Modeling, Control Law Design, and Simulation of a Cart-Inverted Pendulum System
(Control System Design 2019 Midterm Project)

Sungjyun Jeon
School of Aerospace and Mechanical Engineering
Korea Aerospace University

Abstract

본 연구의 목표는 공중역의 인버트 펜듈럼 시스템을 제어하는 제어 시스템을 설계하고, Cart-Inverted Pendulum System의 동적 특성을 분석하고, PID Controller와 Lap-Lead Controller를 사용하여 시스템을 안정화시키는 것이다. 이를 위해, PID Controller와 Lap-Lead Controller를 사용하여 시스템을 안정화시키는 것이다. 이를 위해, PID Controller와 Lap-Lead Controller를 사용하여 시스템을 안정화시키는 것이다.

1. INTRODUCTION

This report is to be used for the 2019 midterm project of Control System Design. This document is written in prescribed format.

1. CART-INVERTED PENDULUM SYSTEM

Consider the following inverted pendulum mounted on a motor-driven cart. The objective of the control problem is to keep the inverted pendulum in a desired attitude angle. The actual pendulum is variable in that it may be any mass in any distance under a suitable control force F is applied. Here we assume that the mass of the link of length l can be ignored compared to other masses. We also ignore any friction effect on the system such as the rotational friction at the hinge point and the friction between the floor and the wheels of the cart, etc.

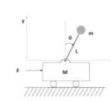


Figure 1. Cart-Inverted Pendulum System

To design a controller for keeping the pendulum in a desired attitude, follow the procedure below. For this task, the numerical values for the parameters are: $M = 10\text{kg}$, $m = 1\text{kg}$, $l = 1\text{m}$.

3. EQUATION OF MOTION

3.1 Lagrange Equation

우리가 풀어야 할 문제는 공중역의 인버트 펜듈럼 시스템을 제어하는 것이다. 이를 위해, PID Controller와 Lap-Lead Controller를 사용하여 시스템을 안정화시키는 것이다.

3.1.1 Lagrange Equation

$Q = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q$

3.1.1.1 Generalized Coefficients

3.1.1.1.1 Generalized Coefficients

$q = x$
 $\dot{q} = \dot{x}$

3.1.1.1.2 Kinetic Energy

$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{\theta}^2 l^2) + \frac{1}{2} m \dot{\theta}^2 l^2 \sin^2 \theta$

3.1.1.1.3 Potential Energy

$V = mgl \cos \theta$

3.1.1.1.4 Generalized Force

$Q = F = u$
 $Q = -M_x = -J_x \ddot{x} = m l^2 \ddot{\theta}$

3.1.1.1.5 Lagrange Equation

$(M + m) \ddot{x} + (m l \cos \theta) \ddot{\theta} - (m l \sin \theta) \dot{\theta}^2 = u$
 $(m l \cos \theta) \ddot{\theta} + (2 m l \dot{\theta}^2 \sin \theta) - (m g \sin \theta) = m l \ddot{\theta}$

3.1.2 Equation of Motion

3.1.2.1 Equation of Motion

$(M + m) \ddot{x} + (m l \cos \theta) \ddot{\theta} - (m l \sin \theta) \dot{\theta}^2 = u$
 $(m l \cos \theta) \ddot{\theta} + (2 m l \dot{\theta}^2 \sin \theta) - (m g \sin \theta) = 0$

3.1.2.2 Decoupled Equation

$\begin{bmatrix} M + m & m l \cos \theta \\ m l \cos \theta & m l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m l \sin \theta \dot{\theta}^2 \\ -m g \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix}$

3.1.2.3 Linearization

$\begin{bmatrix} M + m & m l \\ m l & m l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -m g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix}$

3.1.2.4 State Space Equation

$\dot{X} = AX + BU$
 $Y = CX + DU$

3.1.2.5 Transfer Function

$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{C(sI - A)^{-1}B + D}{sI - A}$

2. CONTROL LAW DESIGN

2.1 Linearization at the Operating Point

2.1.1 Nonlinear State and Output Equations

$\dot{X}(t) = F(X(t), u(t))$
 $Y(t) = g(X(t), u(t))$

2.1.2 Linearized State and Output Equations

$\dot{X}(t) = \partial X(t) = AX(t) + B(u(t))$
 $Y(t) = \partial Y(t) = C \partial X(t) + D(u(t))$

2.1.3 Equilibrium Point (the fixed angle θ^*)

$F(X^*, u^*) = 0$
 $F(X^*, u^*) = u^* - \theta^* = 0$
 $F(X^*, u^*) = \frac{1}{(-2)(M + m)g}$

2.1.4 Linearization at the Operating Point θ^*

$\frac{\partial F}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{m g \sin \theta^*}{m l} \end{bmatrix}$
 $\frac{\partial g}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial x} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \theta^* \end{bmatrix}$

[그림 5] 'Midterm Project' Linearization 과정

2) Matlab Simulink & Simulation

Simulink 같은 경우는 유튜브 영상 강의를 듣고 검색을 통해 찾은 코드들을 분석해서 학습 하였습니다. 수업시간에 따로 Simulink를 배울 수 있는 시간이 없었기 때문에 그만큼 스스로 시간을 투자해서 학습을 했습니다. Simulink와 같은 경우 기본적인 함수부터 하나씩 적용해 가면서 연습해보는 것도 중요하고, 본인이 필요한 Simulink 코드를 기존에 짜여 있는 프로그램에 잘 적용해서 활용하는 것도 중요하다고 생각합니다.

Simulation의 경우 주어진 교수님이 예제 풀이를 위한 Matlab 코드 프로그램을 게시해주셨는데, 그 프로그램을 기반으로 프로젝트 수행을 위한 프로그램을 작성했습니다. 이때 가장 중요했던 것은 게시해 주신 코드 프로그램을 이해하는 것이었습니다. 기존 코드를 이해해야 다른 코드에도 활용을 할 수 있기 때문입니다. 이렇게 작성한 프로그램으로 Simulation을 수행할 수 있었습니다. 완벽한 결과를 내지 못했지만, 작성한 프로그램으로 도출한 결과의 의미를 이해하기 위해 노력했고 분석한 내용들을 결론에 정리하여 나타내었습니다. ([그림 6] 참고)

```

pause

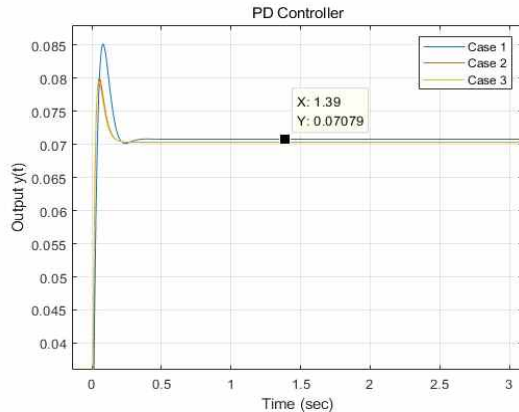
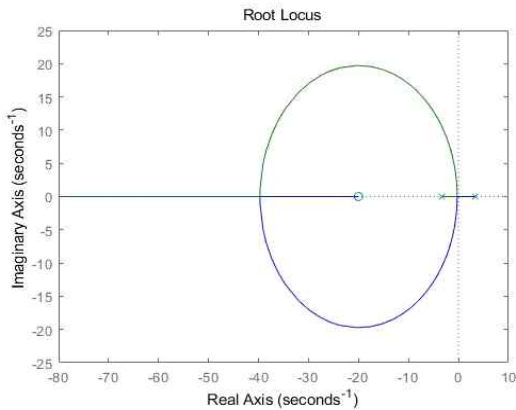
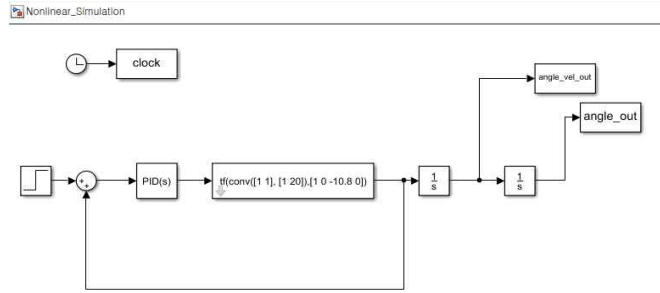
% Calculation of XOS based on time response
pause

max_y1 = max(y1); POS_1 = abs((max_y1 - 4*pi/180))/(4*pi/180)+100;
max_y2 = max(y2); POS_2 = abs((max_y2 - 4*pi/180))/(4*pi/180)+100;
max_y3 = max(y3); POS_3 = abs((max_y3 - 4*pi/180))/(4*pi/180)+100;

Tp1_index = find(y1 == max_y1); Tp1_time = tspan(Tp1_index);
Tp2_index = find(y2 == max_y2); Tp2_time = tspan(Tp2_index);
Tp3_index = find(y3 == max_y3); Tp3_time = tspan(Tp3_index);

ans_matrix1 = [ 1 POS_1 Tp1_time
                2 POS_2 Tp2_time
                3 POS_3 Tp3_time ];

%-----)
% Case XOS Tp
%-----)
ans_matrix1
%-----)
pause
    
```



[그림 6] ‘Midterm Project’ M.code, Simulink, Graph(Matlab 수행 결과)

5. Final Term 준비

1) 기출문제 풀기

Final Term은 다른 과목처럼 문제를 푸는 시험으로 치러졌습니다. 고○○ 교수님의 경우 LMS에 이전 학기까지의 모든 기출문제를 게시해주십니다. 게시해주신 모든 년도의 문제를 풀어보며 문제와 관련된 개념을 정리하고 유형을 파악하였습니다. 단순히 문제를 다 푸는데 의의를 두는 것이 아닌 관련 개념을 정리하고 이해하는 것이 중요하다고 생각합니다.

2) Discuss about the Nyquist’ s sampling theorem using the Fourier transform.

Final Term 시험 범위의 가장 핵심인 부분은 ‘Nyquist’ s Sampling Theorem’ 증명 이었습니다. 본 이론을 증명하기 위해 또 다른 증명과 이론, 가정들이 필요하였습니다. 사실 해당 이론을 100% 이해했다고 보기는 어려웠지만, 일단 모든 과정을 외워보자는 생각에 모든 과정을 5번 이상 써보았습니다. 여러 번 써보는 과정에서 증명 과정을 이해할 수 있었고, 시험에서도 제가 이해한 바를 요약해서 정리한 후 증명할 수 있었습니다. 이렇게 학습한 결과 기말고사 100점을 이뤄낼 수 있었습니다.

○ 학습방법을 통한 능력향상 정도 또는 기타 영향

[MATLAB, 더 이상 어려운 프로그램이 아니다!]

한 학기 동안 총 6개의 과제와 1개의 프로젝트를 수행하면서 MATLAB을 이용하여 Mcode 작성, Simulink 구성, Identification을 학습할 수 있었습니다. Mcode를 직접 작성하여 Linear & Nonlinear Simulation을 수행하고, SIMULINK를 통해 Simulation을 시각적으로 나타내고, Iddata로 Digital Signal을 Identification 할 수 있었습니다.

C++이후 프로그래밍에 대한 막연한 두려움을 가지고 있었습니다. 그에 따라 자동제어나 기계 시스템 설계 등의 과목에서 Matlab을 이용하여 코드를 작성하거나 그래프를 그리는 것들을 어려워했습니다. 배워보지 못한 Tool을 사용해야한다는 부담감도 있었고 스스로 코드 작성에 소질이 없다고 생각했던 것이 두려움을 키웠던 것 같습니다.

하지만 제어시스템설계 과목에서 한 학기 동안 간단한 것부터 시작해서 Identification까지 차근차근 학습을 해 나아가니 자신감도 생기고 더 이상 코드작성 및 프로그래밍에 대한 막연한 두려움은 갖지 않게 되었습니다. 과목을 수강할 당시에는 매 과제와 프로젝트가 너무 어렵고 힘들었지만, 돌이켜 생각해보면 그때의 어려움이 지금의 실력 향상에 큰 도움이 되었지 않나 생각합니다.

○ 추천 이유 및 소감 등

많은 기계적 구조가 전장화 되면서 제어분야는 모든 산업 분야에 있어 필수적인 요소가 되었습니다. 특히 취업에 있어서도 기계공학 분야에서 제어를 요구하는 경우도 많아지고 있습니다. 같은 학년의 학우들을 보았을 때 제어에 어려움을 갖는 친구들이 많았습니다. 그에 따라 필수 과목 이외의 제어 관련 과목을 수강하지 않는 경우가 많았고 ‘제어시스템설계’ 또한 그러한 이유로 폐강 되는 경우가 많았습니다. 앞으로 이 과목을 수강할 학생들에게 제어과목의 필요성을 알려주고 해당 과목이 어렵지 않다는 것을 알려주고 싶습니다.

학습법 에세이를 작성하면서 지난학기 동안 배웠던 내용을 다시 한 번 정리할 수 있었습니다. 또한 수업과 과제, 시험 모두 열심히 했던 제 모습을 상기하며 마지막 학기의 좋은 마무리를 위해 다시금 마음을 다잡을 수 있었습니다. 저의 학습법을 보고 혹시나 ‘제어시스템설계’ 과목을 수강할 학생들이 생긴다면 제가 가지고 있는 수업자료, 필기, 과제 및 프로젝트 관련 자료들을 공유해 줄 수 있으니 많은 학생들이 다음 학기에 ‘제어시스템설계’ 를 수강하길 소망합니다.